

Topologie

SoSe 2022 — Übungsblatt 10

Ausgabe 04.07.22
Abgabe 11.07.22

Dozent: Prof. Wolfgang Soergel
Tutorium: Dr. Leonardo Patimo

TutorInnen gesucht! Aktuell fehlen noch Übungsleitende für alle Vorlesungen im WS 2022/23. Bewerben Sie sich bei Frau Vahle (rm@math.uni-freiburg.de). Die Bewerbungsfrist ist am 3. Juli

Diese Woche gibt es 5 Übungen. Sie können **eine Übung nach Wahl weglassen**, oder ein 5. Übung als Bonus abgeben.

Aufgabe 10.1: (Pullback von étalen Abbildungen.) Ist $\tilde{X} \rightarrow X$ étale und $Y \rightarrow X$ eine stetige Abbildung, so ist auch der pullback $\tilde{X} \times_X Y \rightarrow Y$ étale.

(4 Punkte)

Aufgabe 10.2: (Pullback von Überlagerungen.) Ist $\tilde{X} \rightarrow X$ eine Überlagerung und $Y \rightarrow X$ eine stetige Abbildung, so ist auch der pullback $\tilde{X} \times_X Y \rightarrow Y$ eine Überlagerung.

(4 Punkte)

Aufgabe 10.3: Sind $\tilde{X} \rightarrow X$ und $\tilde{Y} \rightarrow X$ Überlagerungen, so auch ihr Faserprodukt $\tilde{X} \times_X \tilde{Y} \rightarrow X$. Des weiteren hat die Diagonale $\tilde{X} \rightarrow \tilde{X} \times_X \tilde{X}$ abgeschlossenes Bild alias jede Überlagerung ist separiert.

(4 Punkte)

Aufgabe 10.4: Jede Gruppe operiert auf der Menge aller ihrer Untergruppen durch Konjugation. Die Bahnen dieser Operation nennt man Konjugationsklassen von Untergruppen. Man zeige, dass für jede Gruppe G das Bilden der Gesamtheit aller Standgruppen eine Bijektion liefert

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Transitive } G\text{-Mengen} \\ \text{bis auf Isomorphismus} \end{array} \right\} \xrightarrow{\sim} \left\{ \begin{array}{l} \text{Konjugationsklassen von} \\ \text{Untergruppen von } G \end{array} \right\}$$
$$X \quad \mapsto \quad \{G_x \mid x \in X\}$$

(4 Punkte)

Aufgabe 10.5: (Quotient einer Überlagerung.) Ist $p : X \rightarrow Y$ eine Überlagerung eines lokal zusammenhängend Raums Y und operiert eine Gruppe G topologisch frei auf X und stabilisiert die Fasern von p , so ist auch $X/G \rightarrow Y$ eine Überlagerung.

(4 Punkte)