

# Topologie

## SoSe 2022 — Übungsblatt 7

**Ausgabe** 13.06.22

Dozent: Prof. Wolfgang Soergel

**Abgabe** 20.06.22

Tutorium: Dr. Leonardo Patimo

**Aufgabe 7.1:** Sei  $f : S^1 \rightarrow S^1$  stetig. Für alle  $z \in S^1$  enthält  $f^{-1}(z)$  mindestens  $|\text{grad}(f)|$  Punkte.

(4 Punkte)

**Aufgabe 7.2:** Man zeige, dass eine stetige Abbildung  $f : S^1 \rightarrow \mathbb{C}^*$  genau dann eine Homotopieäquivalenz ist, wenn sie einen Isomorphismus auf den Fundamentalgruppen  $\pi_1(S^1, 1) \rightarrow \pi_1(\mathbb{C}^*, f(1))$  induziert.

(4 Punkte)

**Aufgabe 7.3:** Zeigen Sie, dass Homotope Abbildungen  $f, g : X \rightarrow Y$  dieselben Abbildungen auf der Menge der Wegzusammenhangskomponenten induzieren, in Formeln

$$f \cong g \implies \pi_0(f) = \pi_0(g) : \pi_0(X) \rightarrow \pi_0(Y).$$

Das Bilden der Menge der Wegzusammenhangskomponenten liefert mithin sogar einen Funktor

$$\pi_0 : \mathbf{hTop} \rightarrow \mathbf{Ens}.$$

(4 Punkte)

**Aufgabe 7.4:** Man zeige, dass das Bilden der Fundamentalgruppe

$$\pi_1 : \mathbf{Top}^* \rightarrow \mathbf{Grp}$$

verträglich ist mit beliebigen Produkten.

(4 Punkte)